

臨時休業中LevelUpプリント 《比例と反比例》

※印刷して取り組むか、画面を見ながら自学ノートで取り組むとよいです。

1~17は基本問題, 18~23は発展問題を並べましたので, ぜひ挑戦してください。

1 解答 (イ)

解説

- (ア) 人の年齢 x が1つ決まっても, 体重 y kg はただ1つに決まらない。
よって, y は x の関数ではない。
- (イ) 半径 x cm が1つ決まると, 円の面積 y cm² はただ1つに決まる。
よって, y は x の関数である。
- (ウ) 縦の長さ x cm が1つ決まっても, 長方形の面積 y cm² はただ1つに決まらない。
よって, y は x の関数ではない。
- したがって, y は x の関数であるといえるものは (イ)

2 解答 (1) $-5 < x \leq 7$ (2) $-3 \leq x < -2$

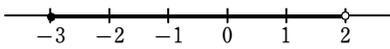
解説

- (1) x が -5 より大きく 7 以下であるから $-5 < x \leq 7$
- (2) x が -3 以上 -2 未満であるから $-3 \leq x < -2$

3 解答 $-3, -2, -1, 0, 1$

解説

$-3 \leq x < 2$ を数直線で表すと, 下の図のようになる。



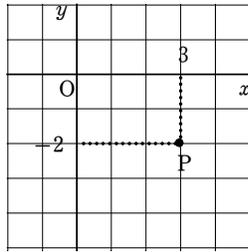
よって, $-3 \leq x < 2$ を満たす整数 x は $-3, -2, -1, 0, 1$

4 次の□にあてはまることばを入れなさい。

右の図の点Pの位置は, (3, -2)と表す。

このとき, 3を x座標, -2を y座標,

(3, -2)を点Pの 座標 という。

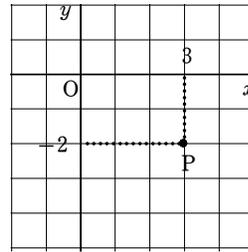


解説

右の図の点Pの位置は, (3, -2)と表す。

このとき, 3を x座標, -2を y座標,

(3, -2)を点Pの 座標 という。



5 解答 36 cm^2

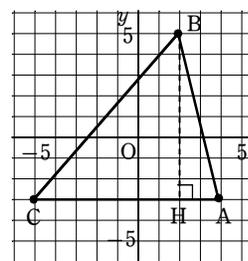
解説

3点A, B, Cを頂点とする三角形は, 右の図のようになる。

右の図のように, AC上に点Hをとる。

ACの長さは9 cm, BHの長さは8 cmであるから, 求める三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$



6 解答 ②, ⑤

解説

① $y = \frac{3}{x}$ のグラフは, 原点を通らない。

よって, 正しくない。

② 正しい。

③ $y = 3x$ について, xy は一定ではない。

($x \neq 0$ のとき $\frac{y}{x} = 3$ であるから商が一定である)

よって, 正しくない。

④ $y = \frac{3}{x}$ のグラフは, $x > 0$ の範囲で x が増加するとき, y は減少する。

よって, 正しくない。

⑤ 正しい。

よって, 共通する性質は ②, ⑤

7 解答 (1) $y = 2x$ (2) $y = -3x$ (3) $y = -2x$ (4) $y = 5x$

解説

y は x に比例するから, 比例定数を a とすると, $y = ax$ と表すことができる。

(1) $x = 4$ のとき $y = 8$ であるから

$$8 = a \times 4$$

$$a = 2$$

よって $y = 2x$

(2) $x = 3$ のとき $y = -9$ であるから

$$-9 = a \times 3$$

$$a = -3$$

よって $y = -3x$

(3) $x = -9$ のとき $y = 18$ であるから

$$18 = a \times (-9)$$

$$a = -2$$

よって $y = -2x$

(4) $x = -5$ のとき $y = -25$ であるから

$$-25 = a \times (-5)$$

$$a = 5$$

よって $y = 5x$

8 解答 (1) $y = -4x$ (2) $y = -16$ (3) $x = 9$

解説

(1) y は x に比例するから, 比例定数を a とすると $y = ax$ と表すことができる。

$x = 7$ のとき $y = -28$ であるから

$$-28 = a \times 7$$

$$a = -4$$

よって $y = -4x$

(2) $y = -4x$ に $x = 4$ を代入すると

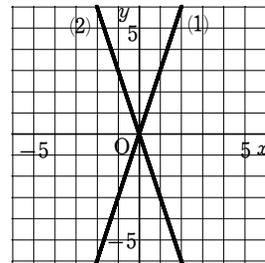
$$y = -4 \times 4 = -16$$

(3) $y = -4x$ に $y = -36$ を代入すると

$$-36 = -4x$$

$$x = 9$$

9 解答 (図)



解説

(1) 比例 $y = 3x$ について, 対応する x と y の値の表は次のようになる。

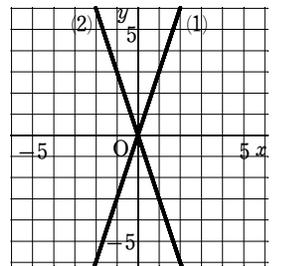
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-9	-6	-3	0	3	6	9	...

よって, グラフは右の図のようになる。

(2) 比例 $y = -3x$ について, 対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	6	3	0	-3	-6	-9	...

よって, グラフは右の図のようになる。



10 解答 (1) $y = -\frac{8}{x}$ (2) $y = \frac{14}{x}$ (3) $y = -\frac{9}{x}$ (4) $y = \frac{15}{x}$

解説

y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$ と表すことができる。

(1) $x = -4$ のとき $y = 2$ であるから

$$2 = \frac{a}{-4}$$

$$a = -8$$

$$\text{よって } y = -\frac{8}{x}$$

(2) $x = 2$ のとき $y = 7$ であるから

$$7 = \frac{a}{2}$$

$$a = 14$$

$$\text{よって } y = \frac{14}{x}$$

(3) $x = 9$ のとき $y = -1$ であるから

$$-1 = \frac{a}{9}$$

$$a = -9$$

$$\text{よって } y = -\frac{9}{x}$$

(4) $x = -5$ のとき $y = -3$ であるから

$$-3 = \frac{a}{-5}$$

$$a = 15$$

$$\text{よって } y = \frac{15}{x}$$

11 解答 (1) $y = -\frac{48}{x}$ (2) $y = -12$ (3) $y = 3$

解説

(1) y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$ と表すことができる。

$x = -6$ のとき $y = 8$ であるから

$$8 = \frac{a}{-6}$$

$$a = -48$$

$$\text{よって } y = -\frac{48}{x}$$

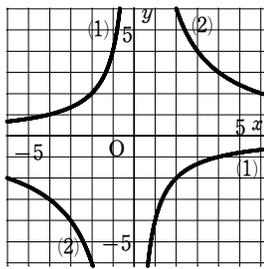
(2) $y = -\frac{48}{x}$ に $x = 4$ を代入すると

$$y = -\frac{48}{4} = -12$$

(3) $y = -\frac{48}{x}$ に $x = -16$ を代入すると

$$y = -\frac{48}{-16} = 3$$

12 解答 図



解説

(1) 反比例 $y = -\frac{4}{x}$ について、対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-4	-2	-1	0	1	2	4	...
y	...	1	2	4	×	-4	-2	-1	...

(2) 反比例 $y = \frac{12}{x}$ について、対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-6	-4	-3	-2	0	2	3	4	6	...
y	...	-2	-3	-4	-6	×	6	4	3	2	...

よって、グラフは右上の図のようになる。

13 解答 (1) $y = 4x$ (2) $y = -x$

解説

比例の式を $y = ax$ とおく。

直線 (1) は点 (1, 4) を通るから

$$4 = a \times 1$$

$$a = 4$$

$$\text{よって } y = 4x$$

直線 (2) は点 (1, -1) を通るから

$$-1 = a \times 1$$

$$a = -1$$

$$\text{よって } y = -x$$

14 解答 (1) $y = \frac{8}{x}$ (2) $y = -\frac{6}{x}$

解説

反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とおく。

双曲線 (1) は点 (2, 4) を通るから

$$4 = \frac{a}{2}$$

$$a = 8$$

$$\text{よって } y = \frac{8}{x}$$

双曲線 (2) は点 (2, -3) を通るから

$$-3 = \frac{a}{2}$$

$$a = -6$$

$$\text{よって } y = -\frac{6}{x}$$

15 解答 -4

解説

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、点 P (8, 2) を通るから、 $x = 8$, $y = 2$ を代入すると

$$2 = \frac{a}{8}$$

$$a = 16$$

$$\text{よって } y = \frac{16}{x}$$

点 Q の x 座標は -4 であるから、 $x = -4$ を代入すると

$$y = \frac{16}{-4} = -4$$

したがって、点 Q の y 座標は -4

16 解答 8 個

解説

反比例 $y = \frac{6}{x}$ について、対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6	...
y	...	-1	-2	-3	-6	×	6	3	2	1	...

よって、グラフは右の図のようになる。

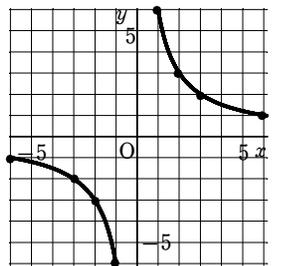
したがって、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は

$$(-6, -1), (-3, -2), (-2, -3), (-1, -6),$$

$$(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$$

の 8 個ある。

注意 $x < -6$, $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$, $6 < x$ の範囲で x 座標、 y 座標がともに整数である点はない。



17 解答 (1) (4, 2) (2) $a = 8$

解説

(1) 点 P は比例 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフ上にあつて、 x 座標が 4 であるから、その y 座標は

$$y = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

よって、点 P の座標は (4, 2)

(2) P (4, 2) は、反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、 $y = \frac{a}{x}$ に $x = 4$, $y = 2$ を代入すると

$$2 = \frac{a}{4}$$

よって $a = 8$

18 解答 (1) $y=2x$ (2) $0 \leq x \leq 6$ (3) $0 \leq y \leq 12$

解説

(1) $y = \frac{1}{2} \times BC \times PC$

PC = x (cm) であるから

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times x$$

よって $y = 2x$

(2) 点 P は辺 CD 上を D まで動くから、x の変域は

$$0 \leq x \leq 6$$

(3) $x=0$ のとき $y=0$

$$x=6 \text{ のとき } y=2 \times 6=12$$

よって、y の変域は $0 \leq y \leq 12$

19 解答 (1) $0 \leq x \leq 5$ (2) $y=3x$ (3) $3 \leq y \leq 12$

解説

(1) BC の長さは 10 cm, $10 \div 2 = 5$ より、点 P は B から C まで動くのに 5 秒かかる。

よって、x の変域は $0 \leq x \leq 5$

(2) $2 \times x = 2x$ より、x 秒後の BP の長さは $2x$ cm

$$y = \frac{1}{2} \times BP \times AB = \frac{1}{2} \times 2x \times 3 = 3x$$

すなわち $y = 3x$

(3) $2 \div 2 = 1$ より、点 P が B から 2 cm の点にあるとき $x=1$

$8 \div 2 = 4$ より、点 P が B から 8 cm の点にあるとき $x=4$

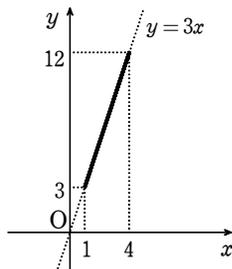
よって、 $1 \leq x \leq 4$ における、 $y = 3x$ の y の変域を求めればよい。

$$y = 3x \text{ において、} x=1 \text{ のとき } y = 3 \times 1 = 3$$

$$x=4 \text{ のとき } y = 3 \times 4 = 12$$

$y = 3x$ ($1 \leq x \leq 4$) のグラフは、右の図の実線部分で、

y の変域は $3 \leq y \leq 12$



20 解答 (1) 6 (2) -2

解説

(1) 三角形 OAB の底辺を OB としたときの高さを h とすると、h は点 A の y 座標である。

OB の長さは 6 cm であるから、三角形 OAB の面積について

$$\frac{1}{2} \times 6 \times h = 18$$

$$h = 6$$

よって、点 A の y 座標は 6

(2) 点 A は比例 $y = -3x$ のグラフ上の点で、y 座標が 6 であるから

$$6 = -3x$$

$$x = -2$$

よって、点 A の x 座標は -2

21 解答 (2, 3)

解説

三角形 OPQ の底辺を OQ としたときの高さを h とすると、h は点 P の x 座標である。

OQ の長さは 4 cm であるから、三角形 OPQ の面積について

$$\frac{1}{2} \times 4 \times h = 4$$

$$h = 2$$

点 P は反比例 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上の点で、x 座標が 2 であるから

$$y = \frac{6}{2} = 3$$

よって、点 P の座標は (2, 3)

22 解答 (2, 4)

解説

$\triangle OAB$ の底辺を OB としたときの高さを h とすると、

h は点 A の y 座標である。

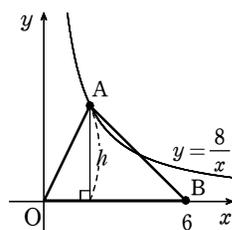
$\triangle OAB$ の面積について

$$\frac{1}{2} \times 6 \times h = 12$$

よって $h = 4$

A は、反比例 $y = \frac{8}{x}$ のグラフ上の点で、y 座標が 4 である。

よって、A の x 座標は、 $y = \frac{8}{x}$ に $y = 4$ を代入して



$$4 = \frac{8}{x}$$

$$x = 2$$

したがって、点 A の座標は (2, 4)

23 解答 (1) 24 cm^2 (2) (0, 4) (3) 8 cm

解説

点 B の x 座標を t とする。

点 B は、反比例 $y = \frac{24}{x}$ のグラフ上の点であるから、B の y 座標は $y = \frac{24}{x}$ に $x = t$ を代

$$\text{入して } y = \frac{24}{t}$$

よって、点 B の座標は $(t, \frac{24}{t})$

(1) AB の長さは t

$$\text{BC の長さは } \frac{24}{t}$$

よって、長方形 OABC の面積は $t \times \frac{24}{t} = 24$

答 24 cm^2

(2) 点 B の x 座標は、点 C の x 座標と等しいから 6 である。

$$\text{よって、点 B の y 座標は } \frac{24}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

点 A の y 座標は、点 B の y 座標と等しいから 4 である。

したがって、点 A の座標は (0, 4)

(3) OA の長さが 3 cm であるから、点 A の y 座標は 3 である。

点 A の y 座標は、点 B の y 座標と等しく $\frac{24}{t}$ であるから

$$\frac{24}{t} = 3$$

$$t = 8$$

よって、点 B の座標は (8, 3) であるから、AB の長さは 8 cm

OC の長さは AB の長さと同じから 8 cm